

**BOLETIM PEDAGÓGICO DE MATEMÁTICA**
**3º e 4º ano – Ensino Médio**

O quadro a seguir apresenta os Temas, alguns Descritores (uma associação entre os conteúdos curriculares e as operações mentais desenvolvidas pelos estudantes) usados pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), as questões que apareceram relacionadas a esses descritores e o gabarito. O quadro está organizado seguindo a ordem dos Temas usados na Matriz do Saeb, mas nem todos os descritores da Matriz foram usados na avaliação.

Tema	Descritor	Questão	Gabarito
I. Espaço e Forma	D1 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.	6	E
	D2 – Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais.	9	C
	D3 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.	1	E
	D5 – Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).	5	A
II. Grandezas e Medidas			
III. Números e Operações/Álgebra e Funções	D15 – Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.	10	C
	D18 – Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.	2	D
	D24 – Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico.	4	A
	D25 – Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.	8	E
	D32 – Resolver problema de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjo simples e/ou combinação simples.	3	D
IV. Tratamento da informação	D34 – Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.	7	C

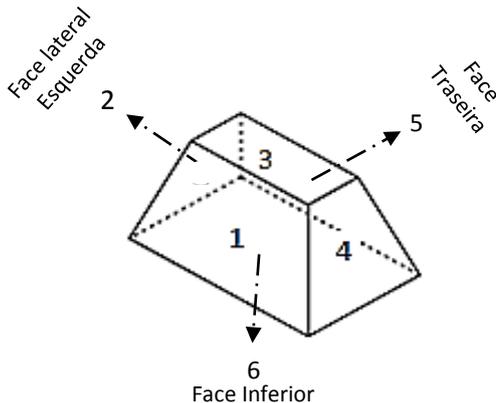
**Atenção!** É importante discutir com os estudantes as alternativas apresentadas em todas as questões e que raciocínios devem ser feitos, ao ler a questão, para encontrar a resposta correta.

## DETALHAMENTO DAS HABILIDADES MOBILIZADAS NOS ITENS DA ATIVIDADE FORMATIVA

Seguem comentários sobre as questões usadas na Avaliação Formativa, a identificação do descritor e considerações importantes que ajudam a diferenciar o gabarito (alternativa correta) dos distratores (alternativas plausíveis, mas que são incorretas, pois não apresentam o conjunto de informações solicitadas pelo enunciado da questão).

### Questão 01 – Descritor D3 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.

Vamos analisar inicialmente quantas faces existem no sólido, vejamos a figura abaixo:



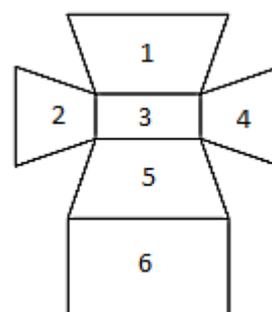
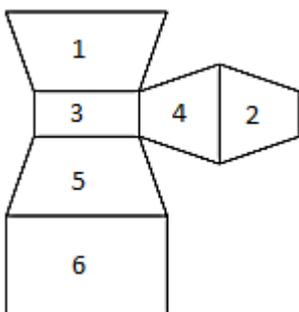
Observe que:

- 1 – Face frontal
- 2 – Face lateral Esquerda
- 3 – Face Superior
- 4 – Face lateral Direita
- 5 – Face Traseira
- 6 – Face Inferior

Notemos que podemos descartar algumas alternativas, justamente por não conterem a quantidade de faces necessárias. Logo, descartaremos as alternativas A, B e C. Precisamos analisar as alternativas D e E, pois ambas possuem 6 faces.

Começando pela D podemos notar que as duas faces laterais, tanto a direita (4) quanto a esquerda (2) estão ligadas diretamente. Perceba que no sólido as duas faces **não** se interceptam em momento algum. Veja que a construção não será correta, pois em algum momento as faces 2 e 6 ficarão sobrepostas.

Na alternativa E podemos notar que as duas faces laterais, tanto a direita (4) quanto a esquerda (2) **não** estão ligadas diretamente e no sólido as duas **não** se interceptam em momento algum, o que faz sentido, neste caso. Além disso, veja que na construção não há sobreposição de faces e todas as faces se conectam de forma coerente.



Portanto a **alternativa E** é a correta

---

**Questão 02 – Descritor D18 – Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.**

Sabemos que a lei da função afim é dada por  $f(x) = ax + b$ , onde,  $a$  e  $b \in \mathbb{R}$ , e além disso  $a$  é o coeficiente angular e  $b$  é o coeficiente linear. Sendo assim, podemos escolher dois valores de  $x$  e  $y$ , para podermos modelar a lei da função. Por exemplo:

Usando o valor de  $x = 1$ , temos que  $y = 3$ , logo,

$$3 = a \cdot 1 + b$$

$$3 = a + b \quad \text{(I)}$$

Sendo  $x = 0$ , temos que  $y = 1$ , logo,

$$1 = a \cdot 0 + b$$

$$b = 1 \quad \text{(II)}$$

Usando **(II)** em **(I)** temos,

$$3 = a + 1$$

$$a = 2 \quad \text{(III)}$$

Com isso, utilizando **(III)** e **(II)** na lei da função afim, temos,

$$f(x) = 2x + 1$$

Portanto, a **alternativa D** é a correta.

---

**Questão 03 – Descritor D32 – Resolver problema de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjo simples e/ou combinação simples.**

Para resolver esta questão devemos utilizaremos o princípio de contagem. Analisaremos as condições dadas na questão:

- (I) Uma doceria produz bolos de **3 sabores diferentes**.
- (II) Os bolos podem ter:
- a) *Apenas uma cobertura*; **Ou**
  - b) *Apenas um recheio*; **Ou**
  - c) *Uma cobertura e um recheio*; **Ou**
  - d) *Nenhuma cobertura e nenhum recheio*.
- (III) Temos **dois** sabores de cobertura e **cinco** de recheio

\*OBS: Lembre-se que para os conectivos:

- **Ou**, utiliza-se o princípio aditivo;
- **e**, utiliza-se o princípio multiplicativo.

Veremos as possibilidades para o caso (II), logo,

- a) Apenas uma cobertura – 2 possibilidades **Ou**
- b) Apenas um recheio – 5 possibilidades **Ou**
- c) Uma cobertura e um recheio –  $2 \cdot 5 = 10$  possibilidades. Pois são 2 para cobertura **e** 5 para recheio **Ou**
- d) Nenhuma cobertura e nenhum recheio – 1 possibilidade

Logo, o caso (II) tem  $2 + 5 + 10 + 1 = 18$  possibilidades **e** como são 3 sabores diferentes, caso (I), temos

$$3 \cdot 18 = 54 \text{ possibilidades.}$$

Portanto, a **alternativa D** é a correta.

**Questão 04 – Descritor D24 – Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico.**

Para resolver esta questão, precisamos interpretar o gráfico da função e assim modelarmos algebricamente a lei dessa função.

Sabemos que:

- (I) É uma função afim, logo a lei da função é dada por  $f(x) = ax + b$ ;
- (II) Quando o gráfico intercepta o eixo  $x$ , temos que, esse ponto é chamado de zero da função ou raiz da função. Neste caso o zero da função é  $-1$ , ou seja,  $x = -1$ ;
- (III) Quando o gráfico intercepta o eixo  $y$ , temos que, esse ponto é o coeficiente linear da função. Neste caso equivale a  $-4$ , ou seja,  $c = -4$ .

Com isso, utilizando os casos anteriores, temos

$$0 = a \cdot (-1) + (-4)$$

$$0 = -a - 4$$

$$a = -4$$

Logo, utilizando (I) e (III), temos,

$$f(x) = -4x - 4$$

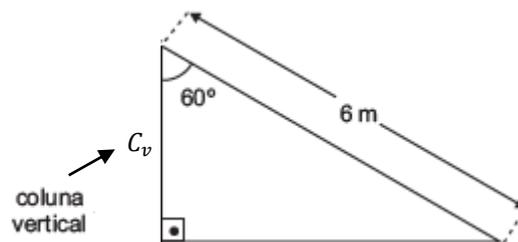
Portanto, a **alternativa A** é a correta.

**Questão 05 – Descritor D5 – Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).**

Para a resolução, temos que usar razões trigonométricas no triângulo retângulo. Utilizaremos metade do triângulo, como mostra a imagem abaixo. Sabemos que o valor da hipotenusa é  $6m$  e que o ângulo que a hipotenusa faz com a coluna vertical é de  $60^\circ$ . Utilizando  $\cos 60^\circ$ , temos:

**Chamaremos o valor da coluna vertical de  $C_v$ .**

$$\cos 60^\circ = \frac{C_v}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{C_v}{6} \Leftrightarrow C_v = 3m$$



Portanto, a **alternativa A** é a correta.

**Questão 06 – Descritor D1 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.**

Para resolução desta questão identificaremos quais triângulos são semelhantes. Lembre-se que para que os triângulos sejam semelhantes, os três pares de lados precisam apresentar a mesma proporção. Visto isso, temos que as alternativas A, B, C e D, apresentam pares de triângulos que não possuem a mesma proporção, vejamos:

$$A) \text{ I e III} - \begin{cases} 16cm \rightarrow 8cm \\ 18cm \rightarrow 9cm \\ 10cm \rightarrow 10cm \end{cases}$$

Notemos que os dois primeiros pares de lado, têm proporção 2, porém o outro lado tem proporção 1;

$$B) \text{ II e III} - \begin{cases} 10cm \rightarrow 8cm \\ 11cm \rightarrow 9cm \\ 12cm \rightarrow 10cm \end{cases}$$

Notemos que os três pares não possuem a mesma proporção;

$$C) \text{ III e IV} - \begin{cases} 8cm \rightarrow 4cm \\ 10cm \rightarrow 5cm \\ 9cm \rightarrow 3cm \end{cases}$$

Notemos que os dois primeiros pares de lado, têm proporção 2, porém o terceiro lado tem proporção 3;

$$D) \text{ III e V} - \begin{cases} 8\text{cm} \rightarrow 8\text{cm} \\ 9\text{cm} \rightarrow 10\text{cm} \\ 10\text{cm} \rightarrow 5\text{cm} \end{cases}$$

Notemos que os três pares não possuem mesma proporção.

Com isso veremos o caso da alternativa E:

$$\begin{cases} 8\text{cm} \rightarrow 16\text{cm} \\ 9\text{cm} \rightarrow 18\text{cm} \\ 10\text{cm} \rightarrow 20\text{cm} \end{cases}$$

Notemos que os três pares de lados possuem mesma proporção, neste caso é proporção 2.

Portanto, a **alternativa E**, é a correta.

**Questão 07 – Descritor D34 – Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.**

Precisaremos interpretar a tabela, com dados, junto ao que a questão nos pede. Com isso, temos,

(I) O total de brasileiros (em milhões) que praticam ginástica é de 8,2.

(II) Do total de pessoas, 65,6% são mulheres.

Logo, o cálculo a ser feito é, **65,6% de 8,2 milhões**,

Portanto a **alternativa C** é a correta.

**Questão 08 – Descritor D25 – Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.**

Para a resolução, devemos analisar o gráfico, interpretá-lo, para que possamos modelar a lei da função e assim acharmos, a que altura foi instalado o ponto de luz mais alto dessa estrutura. Como a estrutura do arco é em formato parabólico, temos que a função é de 2º grau, com isso a lei é dada por  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Além disso, temos que, quando o gráfico intercepta o eixo  $y$ , obtemos o coeficiente linear, neste caso o valor é 0, ou seja,  $c = 0$ . Com isso,  $f(x) = ax^2 + bx$ .

Pegaremos 2 pontos do gráfico para podermos descobrir os coeficientes  $a$  e  $b$ . Temos os pontos  $(2; 7,2)$  e  $(20,0)$ , logo,

$$(I) \quad \begin{aligned} 7,2 &= a \cdot (2)^2 + b \cdot 2 \\ 7,2 &= 4a + 2b \end{aligned}$$

$$(II) \quad \begin{aligned} 0 &= a \cdot (20)^2 + b \cdot 20 \\ 0 &= 400a + 20b \\ -400a &= 20b \\ b &= -20a \end{aligned}$$

Substituindo (II) em (I), temos,

$$7,2 = 4a + 2b \quad \Leftrightarrow \quad 7,2 = 4a + 2 \cdot (-20a) \quad \Leftrightarrow \quad 7,2 = 4a - 40a \quad \Leftrightarrow$$

$$7,2 = -36a \quad \Leftrightarrow \quad 72 = -360a \quad \Leftrightarrow \quad a = -\frac{72}{360} \quad \Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{5}$$

$$\text{Logo, usando (II), } b = -20a \quad \Leftrightarrow \quad b = -20 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \quad \Leftrightarrow \quad b = \frac{20}{5} \quad \Leftrightarrow \quad b = 4$$

Portanto, a lei da função é dada por  $f(x) = -\frac{x^2}{5} + 4x$ .

Neste caso, o gráfico possui um ponto máximo, chamado de vértice, no qual possui coordenadas  $(x, y)$ . Porém acharemos somente o valor de  $y$ , no qual chamaremos de  $y_v$  ( $y$  do vértice).

Sabemos que  $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ , onde  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

Como  $c = 0$ , temos que  $\Delta = b^2$ , logo,

$$y_v = -\frac{b^2}{4a} \quad \Leftrightarrow \quad y_v = -\frac{(4)^2}{4\left(-\frac{1}{5}\right)} \quad \Leftrightarrow \quad y_v = -\frac{16}{-\frac{4}{5}} \quad \Leftrightarrow \quad y_v = \frac{80}{4} \quad \Leftrightarrow \quad y_v = 20$$

Portanto, a **alternativa E** é a correta

---

**Questão 09 – Descritor D2 – Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais.**

Usaremos o teorema de Pitágoras, dado pela fórmula  $a^2 = b^2 + c^2$

$$(80)^2 = x^2 + (64)^2 \Leftrightarrow x^2 = (80)^2 - (64)^2 \Leftrightarrow x^2 = 6400 - 4096 \Leftrightarrow x^2 = 2304 \Leftrightarrow x = 48$$

Portanto a **alternativa C** é a correta.

---

**Questão 10 – Descritor D15 – Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.**

Primeiramente dividir o lucro de 120 mil reais em partes diretamente proporcionais, logo, precisamos saber qual a proporção de cada pessoa. Indicaremos,

- A pessoa **A**, aquela que aplicou 120 mil reais;
- A pessoa **B**, aquela que aplicou 180 mil reais;
- A pessoa **C**, aquela que aplicou 300 mil reais.

Logo, o total aplicado é dado por  $A + B + C = 120 + 180 + 300 = 600 \text{ mil reais}$

Com isso, as proporções são dadas por:

$$A \Rightarrow \frac{120}{600} = 24 \text{ mil} \quad B \Rightarrow \frac{180}{600} = 36 \text{ mil} \quad C \Rightarrow \frac{300}{600} = 60 \text{ mil}$$

Portanto, a **alternativa C** é a correta.